UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2008-1**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **31/05/2008**
DACBHCC

SOLUCION DE LA SEGUNDA PRÁCTICA
CALIFICADA DE CALCULO NUMERICO (MB535)

- **DURACION: 60 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**
- **RESUELVA SOLAMENTE 3 DE LAS PREGUNTAS**

Pregunta 1
Desarrolle una función en Matlab que permita hallar lo siguiente:
- Una matriz A de orden n cuyos elementos son números enteros aleatorios de solo 2 cifras.
- Numero de iteraciones necesarias I, hasta que A presente matriz iterativa T de Gauss Seidel que cumpla con el criterio de convergencia.

Solo indique una sentencia por cada línea.

```
function [A,I]=buscar(n)
encontro=0;            I=_______;
while (encontro==0)

   I=______________________

  A=______________________
  D=diag(diag(A));L=tril(-A,-1);U=triu(-A,1);

  if ( _________)
    continue
   end
   T=______________________________

   if (______________________________)
       encontro=1;
   end
end
```

Solución

```
function [A,I]=buscar(n)
encontro=0;I=0;
while (encontro==0)
   I=I+1
   A=round(rand(n)*89+10);
   D=diag(diag(A));    L=tril(-A,-1);    U=triu(-A,1);
   if (det(D)==0)
      continue
   end
   T=(inv(D-L))*U;%T Metodo de Gauss-Seidel
   if (max(abs(eig(T)))<1)
      encontro=1;
   end
end
```

Pregunta 2

Sea el sistema:

$$\begin{bmatrix} a+b & 3a \\ a+b & 2a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 2b \end{bmatrix}$$

a) ¿Qué condiciones se deben cumplir para que el sistema tenga solución única?
b) ¿Para que valores de *a* y *b* el algoritmo de Jacobi es convergente?
c) Realice 03 iteraciones de Jacobi con *a=1* y *b=2* a partir de $x^{(0)}=[0\ \ 0]^T$. Comente sus resultados.

Solución

a)

$$a \neq -b \quad \wedge \quad a \neq 0$$

b)

$$T_J = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{-3a}{a+b} \\ -\dfrac{a+b}{2a} & 0 \end{bmatrix}$$

$$P(\lambda) = \det(T_J - \lambda I) = \lambda^2 - \frac{3}{2}$$

$$\rho(T_J) = \sqrt{\frac{3}{2}} > 1$$

Diverge siempre!!

c)

I	$x_1^{(i+1)} = \dfrac{1-3x_2^{(i)}}{3}$	$x_2^{(i+1)} = \dfrac{4-3x_1^{(i)}}{2}$
0	0	0
1	1/3	2
2	-5/3	3/2
3	-7/6	9/2

Como era de esperarse, se observa que no converge!!

Pregunta 3

Dada la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1+\cos(\theta) & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Muestre la localización de los círculos de Gershgorin,
b) Para θ = 0, use el método de la potencia con x0=[1 0 0]^T, realice 03 iteraciones y muestre los resultados en la tercera iteración y el error cometido.
c) Para θ = 0, use el método de la potencia inversa el mismo valor de x0 en b), realice 03 iteraciones y muestre el menor valor propio con su respectivo vector propio. Comente sus resultados.

Solución

a)

$$|z-(1+\cos\theta)| \le 1 \to -1 \le z-1-\cos\theta \le 1 \to \cos\theta \le z \le 2+\cos\theta \to -1 \le z \le 3$$

$$|z+3| \le 2 \to -2 \le z+3 \le 2 \to -5 \le z \le -1$$

$$|z-1| \le 2 \to -2 \le z-1 \le 2 \to -1 \le z \le 3$$

b)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

x0 = [1 0 0]’

y1=A*x0= [2 1 1]’

l1 = 2

x1 = [1 0.5 0.5]’

y2 =A*x1= [2.5 0 2]’

l2 = 2.5

x2 = [1 0 0.8]’

y3=A*x2=[2 1.8 1.8]’

l3 = 2

x3 =[1 0.9 0.9]’

Err=$\left\| \dfrac{x3-x2}{x3} \right\|_\infty$ =0.9

c)

$$B = A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.125 & -0.125 \\ 0 & -0.25 & 0.25 \\ -0.5 & 0.125 & 0.875 \end{bmatrix}$$

Iteración 1

y1=B*x0=[0.5   0   -0.5]'
u1 = 0.5
x1 =   [1   0   -1]'
l1 = 2

Iteración 2

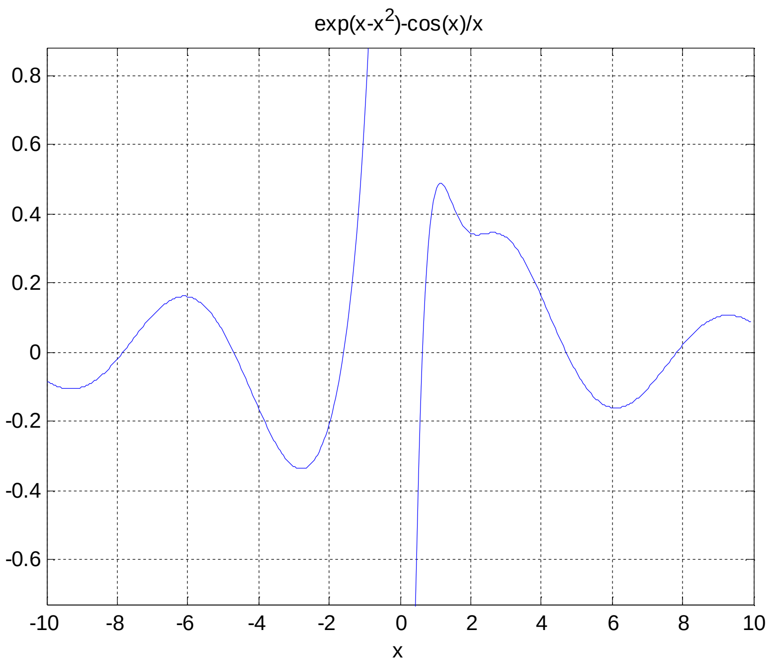
y2=B*x1=[0.625   -0.25   -1.375]'
u2 = -1.3750
x2 =   [-0.4545   0.1818   1.0000]'
l2 = -0.7273

Iteración 3

y3=B*x2=[-0.3295   0.2045   1.125]'
u3 = 1.1250
x3 =   [-0.2929   0.1818   1.0000]'
l3 = 0.8889

Se observa una convergencia lenta.

Pregunta 4
Para la figura que representa la $f(x) = e^{(x-x^2)} - \cos(x)/x$ en el intervalo -10<=*x*<=10,



a) Encuentre el intervalo [a b] tal que $|b-a| = \frac{1}{2}$, y la raíz buscada este cercana a -2, además debe cumplir el teorema de Bolzano.
b) Si f(x)=0. Pronostique cuantas iteraciones serán necesarias para alcanzar una precisión de 2 cifras decimales exactas en la raíz al usar el método de Bisección con el intervalo encontrado en a).
c) Realice las iteraciones para b) mostrando las siguientes valores:

k(iteraciones) *a* *b* *x* (aproximación a la raíz) signo f(*a*) signo f(*x*)

d) Escriba la solución aproximada (última iteración) como $s = x \pm e$ (siendo *e* el error de sucesión)

Solucion

```
a)a=-2  y b=-1.5
  f(a)= -0.2056
  f(b)= 0.0707
  Cumple con el teorema de Bolzano   f(a)*f(b)<0
```

b)tol=$0.5*10^{-2}$
k>=ln((b-a)/tol)/ln(2) ➔ k=7

c)

It.	a	x	b	f(a)	f(x)
1	-2.000000,	-1.750000	-1.500000,	-	+
2	-1.750000,	-1.625000	-1.500000,	-	+
3	-1.625000,	-1.562500	-1.500000,	-	+
4	-1.625000,	-1.593750	-1.562500,	-	+
5	-1.625000,	-1.609375	-1.593750,	-	+
6	-1.609375,	-1.601563	-1.593750,	-	+
7	-1.601563,	-1.597656	-1.593750,	-	+

d) s=-1.597± $0.4x10^{-2}$

Los profesores